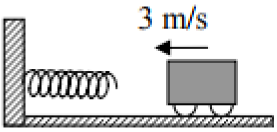
1. **Egy falhoz rögzített, vízszintes helyzetű rugónak szalad egy 3 m/s sebességű kiskocsi. A kocsi a rugót összenyomja, majd visszalökődik. A rugóállandó 400 N/m, a kiskocsi tömege 0,25 kg.**



a) Mekkora a rugó maximális összenyomódása?
b) Határozza meg a kiskocsi maximális gyorsulását!
c) Mennyi ideig érintkezik a kiskocsi a rugóval?
(Mindenféle súrlódás elhanyagolható, a mechanikai energiaveszteségtől eltekinthetünk.)
(2006. május id.)

Megoldás:

Adatok: $v_0 = 3$ m/s, $D = 400$ N/m, $m = 0{,}25$ kg.

I. megoldás

a)

A rugó maximális összenyomódásának meghatározása az energia-megmaradás törvényének felhasználásával:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}D\Delta l^2$$

2 pont

$$\Delta l = \sqrt{\frac{mv_0^2}{D}}$$

1 pont

$$\Delta l = \sqrt{\frac{0{,}25\,\text{kg}\cdot(3\frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{400\frac{\text{N}}{\text{m}}}} = 0{,}075\ \text{m} = 7{,}5\ \text{cm}$$

1 pont

b)

A kocsi maximális gyorsulásának meghatározása a dinamika alaptörvényének segítségével:

$$F_{max} = D\Delta l$$

1 pont

$$F_{max} = 30\ \text{N}$$

1 pont

$$a_{max} = \frac{F_{max}}{m}$$

1 pont

$$a_{max} = \frac{30\ \text{N}}{0{,}25\ \text{kg}} = 120\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

1 pont

c)

A periódusidő meghatározása:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

2 pont

$$T = 6{,}28 \cdot \sqrt{\frac{0{,}25\,\mathrm{kg}}{400\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}} = 0{,}16\ \mathrm{s}$$

1 pont

A keresett idő meghatározása:

2 pont

$$t = \frac{T}{2} = 0{,}08\ \mathrm{s}$$

Összesen **13 pont**

II. megoldás

A periódusidő meghatározása:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

2 pont

$$T = 6{,}28 \cdot \sqrt{\frac{0{,}25\,\mathrm{kg}}{400\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}} = 0{,}16\ \mathrm{s}$$

1 pont

A keresett idő meghatározása:

2 pont

$$t = \frac{T}{2} = 0{,}08\ \mathrm{s}$$

A körfrekvencia meghatározása:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3{,}14}{0{,}157\mathrm{s}} = 40\frac{1}{\mathrm{s}}$$

1 pont

A maximális összenyomódás (rezgési amplitúdó) meghatározása a kocsi sebességéből (a rezgés maximális sebessége):

$$\Delta l = A$$

1 pont

$$v_0 = v_{max}$$

1 pont

$$v_0 = \Delta l\omega$$

1 pont

$$\Delta l = \frac{v_0}{\omega} = \frac{3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{40\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}} = 0{,}075\ \mathrm{m} = 7{,}5\ \mathrm{cm}$$

1 pont

A maximális gyorsulás meghatározása az amplitúdóból és a körfrekvenciából:

$$a_{max} = \Delta l\omega^2$$

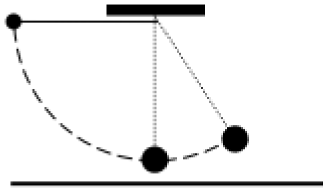
2 pont

$$a_{max} = 0{,}075\ \mathrm{m} \cdot \left(40\,\frac{1}{\mathrm{s}}\right)^2 = 120\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

1 pont

Összesen **13 pont**

2. **Tarzan egy 10 m magasan lévő faágon ül. Észreveszi, hogy kedvesét egy oroszlán fenyegeti. Megfeszít egy 10 méter hosszú liánt az ábrának megfelelően, amely épp a kedvese felett rögzül. Tarzan a liánt fogva, kezdősebesség nélkül elindul a fáról. Körívének legalsó pontján magához öleli kedvesét, majd együtt fellendülnek egy közelben álló fa ágára. Tarzan 80 kg, kedvese 60 kg tömegű. (A szereplőket tekintsük pontszerűeknek. A lián tömege és a megnyúlása elhanyagolható.)**



a) Mekkora Tarzan sebessége a kedvese elkapása előtti pillanatban?
b) Mekkora a sebessége közvetlenül az elkapás utáni pillanatban?
c) Legfeljebb milyen magas faágra jutnak fel együtt?
(2006. október)
Megoldás:

a) *A mechanikai energiamegmaradás alkalmazhatóságának felismerése és konkrét megfogalmazása:*

2 pont

$$m_1 g h_1 = \frac{1}{2} m_1 v^2$$

Rendezés, számítás:

2 pont (bontható)

$$v = \sqrt{2 g h_1} = 14{,}1 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(A paraméteres alak nem követelmény.)

b) *Annak felismerése, hogy az elkapás mozzanata rugalmatlan ütközésnek tekinthető:*

1 pont

(E pontszám akkor is jár, ha a későbbiek a jelölt a kölcsönhatást rugalmatlan ütközésként kezelte.)

A lendületmegmaradási tétel megfogalmazása:

2 pont

$$m_1 v = (m_1 + m_2) v_k$$

Rendezés, számítás:

2 pont (bontható)

$v_k = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2} \approx 8 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$ a közös sebességük.

(A paraméteres alak nem követelmény.)

c) *A mechanikai energiamegmaradás tételének újbóli alkalmazása:*

2 pont

$$\frac{1}{2}(m_1 + m_2) v_k^2 = (m_1 + m_2) g h_2$$

Rendezés, számítás:

2 pont (bontható)

$\frac{1}{2} v_k^2 = g h_2$; $h = \frac{v_k^2}{2g} = 3{,}2 \text{ m}$, tehát legfeljebb 3,2 m magasra jutnak fel.

Összesen: 13 pont

3. **Egy testet 5 N állandó erővel tudunk egyenletesen felfelé húzni egy α = 30° hajlásszögű lejtőn. Ugyanezen a lejtőn lefelé szabadon csúszva a test 5 m/s sebességről 5 m hosszú úton áll meg. Mekkora a test tömege és mekkora a súrlódási együttható?**
(2007. május)

Megoldás:

A húzott testre ható erők felírása:

1 + 1 + 1 pont

A testre következő erők hatnak:
a húzóerő $F_{húzó} = 5\ \text{N}$,
a súrlódási erő $F_s = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$,
valamint a nyomóerő és a nehézségi erő eredője, azaz a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponense: $m \cdot g \cdot \sin\alpha$
(Megfelelő ábra is elfogadható, amennyiben az erők pontos nagysága a későbbiek során egyértelműen kiderül.)

Értelmezés:

2 pont

Az állandó húzóerő nagysága egyenlő a testre ható súrlódási erő, valamint a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponensének összegével.

$$F_{húzó} = m \cdot g \cdot \sin\alpha + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha = 5\ \text{N}.$$

A csúszó testre ható erők felírása:

1 + 1 pont

A csúszó testre csak a súrlódási erő: $F_s = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha$, valamint a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponense: $m \cdot g \cdot \sin\alpha$ hat.

(A teljes pont csak akkor jár, ha a felírásból kiderül, hogy ezúttal ezek ellentétes irányúak. Megfelelő ábra is elfogadható. Amennyiben az erők irányának ellentétes volta itt nem derül ki egyértelműen, de később a munkatétel felírása helyes, a teljes pont jár.)

A munkatétel alapján:

$$\frac{1}{2}mv^2 = s(\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha - m \cdot g \cdot \sin\alpha).$$

3 pont
(bontható)

A súrlódási együttható kiszámítása a munkatételből (rendezés és számítás):

$$\mu = \frac{1}{g \cdot \cos\alpha}\left(\frac{v^2}{2s} + g \cdot \sin\alpha\right) = 0{,}87.$$

3 pont
(bontható)

A tömeg kiszámítása a húzott testre felírt erőegyensúlyból (vagy más helyes összefüggésből):

$$m = \frac{F_{húzó}}{g \cdot \sin\alpha + \mu \cdot g \cdot \cos\alpha} = 0{,}4\ \text{kg}.$$

2 pont
(bontható)
Összesen: 15 pont

4. Álló helyzetből elengedett pontszerű test csúszik le egy 1 m magas, 30 fokos hajlásszögű lejtőn. Ezután egy ismeretlen magasságú, 60 fokos hajlásszögű lejtőn engedjük le a testet. Azt tapasztaljuk, hogy a lecsúszás ideje a két esetben azonos volt. (A súrlódás elhanyagolható.)
a) Mekkora a 60 fokos hajlásszögű lejtő hossza?
b) Mekkora sebességgel érkezik le a test a lejtők aljára az első és a második esetben?
(g= 10 m/s^2)
(2011. október)

Megoldás:

Adatok: $h_1 = 1$ m, $\alpha_1 = 30°$, $\alpha_2 = 60°$

a) *Az egyenletesen gyorsuló mozgás összefüggéseinek alkalmazása a lecsúszás idejének meghatározására:*

1 + 1 + 1 + 1 pont

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s_1}{a}}$$

$$s_1 = \frac{h_1}{\sin\alpha_1}$$

$$a_1 = g \cdot \sin\alpha_1$$

$$t = \sqrt{0{,}8}\ \text{s}$$

(Összefüggések és számítás.)

A második lejtő hosszának meghatározása:

3 pont (bontható)

$$s_2 = \frac{g \cdot \sin\alpha_2}{2} \cdot t^2$$

$$s_2 = 2\sqrt{3}\ \text{m} = 3{,}5\ \text{m}$$

b) *Az energiamegmaradás felírása a test végsebességére:*

2 pont

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

A végsebesség meghatározása az első esetben:

1 pont

$$v_1 = \sqrt{20}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4{,}47\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

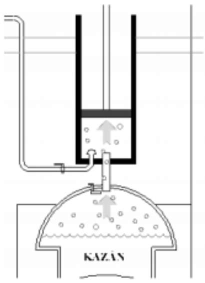
A végsebesség meghatározása a második esetben:

2 pont (bontható)

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot s_2 \cdot \sin\alpha_2} = \sqrt{60}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} = 7{,}75\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Összesen 12 pont

5. **Egy gőzgép hengerében a dugattyú d = 15 cm átmérőjű, a gőz a dugattyút s = 20 cm-es úton tolja fel. A hengerben a nyomás a táguláskor átlagosan p = 2,5·10^5 Pa. A külső légköri nyomás p_k = 10^5 Pa! Mennyi ideig mozog a dugattyú, ha tágulás közben a gőzgép teljesítménye P = 2,7 kW? (A súrlódási veszteségektől és a dugattyú súlyától tekintsünk el!)**



(2013. október)

Megoldás:

Adatok: $d = 15$ cm, $s = 20$ cm, $p_{átl} = 2{,}5 \cdot 10^5$ Pa, $P = 2{,}7$ kW, $p_k = 10^5$ Pa

A dugattyú területének felírása és kiszámítása:

1 + 1 pont

$$A = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 177\ \text{cm}^2$$

A dugattyúra kifejtett átlagos erő kiszámítása:

4 pont
(bontható)

$p = p_{átl} - p_k$ (1 pont),

$p = 1{,}5 \cdot 10^5\ \text{Pa} = 15\ \dfrac{\text{N}}{\text{cm}^2}$ (1 pont),

$F = A \cdot p = 2655\ \text{N}$ (felírás és számítás, 1 + 1 pont).

(Amennyiben a vizsgázó a külső légnyomásról elfeledkezik és az erőt tisztán a gőz nyomásából számítja, 1+1 pontot kell levonni.)

Annak megállapítása, hogy a dugattyú emelkedése közben elvégzett hasznos munka egyenlő a gáz által a dugattyún elvégzett összes munkával:

2 pont

(Amennyiben ez a felismerés leírva nem szerepel, de a megoldás menetéből egyértelműen kiderül, hogy a vizsgázó ezen összefüggés szerint számol, a teljes pontszám jár.)

Az emelkedés során végzett munka felírása és kiszámítása:

1 + 1 pont

$$W = F \cdot s = 531\ \text{J}$$

A megadott teljesítmény eléréséhez szükséges idő felírása és kiszámítása:

1 + 1 pont

$$t = \frac{W}{P} \approx 0{,}2\ \text{s}$$

Összesen: 12 pont

6. **Egy puska tömege 4,3 kg, a belőle kirepülő golyó tömege 20 g. Tüzeléskor a golyó 400 m/s sebességgel hagyja el a puskacsövet, a lövész válla a visszarúgó puskát 5 cm úton állítja meg.**
a) Legalább mekkora a puskapor robbanásakor felszabaduló energia?
b) Mekkora átlagos erőt fejt ki a lövész a puskára a vállával, hogy a visszarúgó puskát megállítsa?
(2023. május)

Megoldás: (11 pont)

Adatok: $v = 400$ m/s, $m = 20$ g, $M = 4{,}3$ kg, $s = 5$ cm

a) A lendületmegmaradás felírása a puska sebességének meghatározására:

3 pont
(bontható)

Amikor a golyó kirepül közvetlenül a robbanás után:

$M \cdot v_p + m \cdot v_g = 0$, (1 pont), amiből

$v_p = -\frac{m}{M} \cdot v_g = -1{,}86\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$ (rendezés + számítás, 1 + 1 pont)

(A negatív előjel hiánya nem számít hibának.)

A puska és a golyó mozgási energiájának meghatározása és annak felismerése, hogy ez egyenlő a puskapor robbanásakor felszabaduló energiával:

4 pont
(bontató)

$E = \frac{1}{2} M \cdot v_p^2 + \frac{1}{2} m \cdot v_g^2 = 1607$ J

(képlet + adatok behelyettesítése + számítás, 2 + 1 + 1 pont)

b) A munkatétel alkalmazása a puska lefékezésére:

4 pont
(bontható)

$\frac{1}{2} M \cdot v_p^2 = F \cdot s$ (2 pont), amiből

$F = \frac{1}{2} \frac{M \cdot v_p^2}{s} = 149$ N (rendezés + számítás, 1 + 1 pont)

(Dinamikai megoldás esetén az idő kiszámítása 2 pont, az erő meghatározás 2 pont. A pontok bonthatók.)

Összesen: 11 pont